# 標準的4面体2次要素を使った静的および動的接触解析の手法

Method of Static and Dynamic Contact Analysis Using Standard Quadratic Tetrahedral Elements 正 秋葉博(アライドエンジニアリング), 柴田良教(同), 正 大山知信(同), 松野純一(同), 正 大森隆広(東芝), 正 岡山瞬(同), 正 小林隆二(東芝インフォメーションシステムズ), 馬場圭佑(同) Hiroshi AKIBA, Allied Engineering Corp. (AE), 1-14-4 Shiba, Minato-ku, Tokyo Yoshinori SHIBATA (AE), Tomonobu OHYAMA (AE), Jun'ichi MATSUNO (AE), Takahiro OMORI (Toshiba Corp., TSB), Shun OKAYAMA (TSB) Takaji KOBAYASHI (Toshiba I.S. Corp., TSIS), Keisuke BABA (TSIS),

Key Words: FEM, Quadratic Tetrahedral Elements, Contact Analysis

#### 1. はじめに

有限要素法構造解析における,標準的4面体2次要素の接触解析時の挙動について述べる。コードはADVENTURECluster (ADVC)を用いる。

一般に、標準的 4 面体 2 次要素 (ADVC の要素として Tet10 と呼ぶことにする) において、接触解析の性質は、4 面体を 4 個の 6 面体 1 次要素に分割した要素 (ABAQUS の C3D10M 要素、ADVC の修正 4 面体 2 次要素。 Tet10m と呼ぶことにする) と比べて使いにくいと言われている。標準的 4 面体 2 次要素では、一様面圧をかけた際の、4 面体表面に 現れる 1 次節点 (主節点) と 2 次節点 (中間節点) における等価節点力が異なり、接触状態の安定解に至るまでにはやや不自 然な動きが現れるためである。しかし、適正な使い方によりこの不自然さは克服できる。

### 2. 4面体2次要素における面圧の等価節点力への振分け

有限要素法による構造解析では,4面体2次要素のある面に均等な面荷重に対応して,その面の2次節点(中間節点)には正の等価節点力が現れるが,1次節点(主節点)の等価節点力はゼロまたはゼロに近い値が現れる(面積分の方法に依存)。図1のような節点番号を



図14面体2次要素の面と節点番号

取る。面積座標 $L_1, L_2, L_3$ を用いると,各節点に対応する内挿関数は

$$N_1 = L_1(2L_1 - 1), N_2 = L_2(2L_2 - 1), N_3 = L_3(2L_3 - 1)$$
  
 $N_4 = 4L_1L_2, N_5 = 4L_2L_3, N_6 = 4L_3L_1$ 

となる。この面に一様な面圧 p をかけたとき , 1 次節点 , 2 次節点における等価節点力はそれぞれつぎのようになる。

$$F_{1} = p \iint_{\Delta} L_{1}(2L_{1} - 1) |J| dS$$

$$= p \cdot 2S \left( \iint_{\Delta} (2L_{1}^{2} - L_{1}) dL_{1} dL_{2} \right)$$

$$= 2pS \left( 2 \cdot 1/12 - 1/6 \right) = 0$$

$$F_{4} = p \iint_{\Delta} 4L_{1}L_{2} |J| dS = p \cdot 2S \cdot 4 \cdot 1/24 = pS/3$$

ここで,S は 3 角形の面積,|J| は要素座標から面積座標への変換のヤコビ行列の行列式で,|J|=2S である。つまり,解析的な積分を行うと,一様な面圧下では,上のように等価節点力は 2 次節点だけで釣り合い,1 次節点ではゼロとなる。通常行われる数値積分(ガウス積分)でもほぼ同様なことがおこる

しかし,以上は等分布圧力を与えた場合の等価節点力と, それに近い事象で接触反力がどう生じるかの説明であり,一 般的な応力・ひずみ状況下では1次節点にもゼロでない反力 が現れる。

## 3. 4面体 2次要素を用いた接触解析

普通行われる接触解析アルゴリズムは以下のようなものである:「接触対をマスタ面とスレーブ面とで作る。スレーブ節点に引っ張り力が発生したら接触拘束を外し,スレーブ節点がマスタ面を貫通したら接触拘束を作成する」

ADVC もこのアルゴリズムによっている。

静解析における接触の様子を調べる。図2のような2枚の板が接触しているものとする。上の板は4面体2次要素で分割され,下の板は1個の6面体1次要素からなる。上側の要素の下側面の節点はスレーブ,下側の板の上側面はマスタ面に取られている。下側の板は完全拘束されており,上側の板の上側面の全節点を強制変位により引っ張る。この状況は,上側の板の下側面を一様な面圧で押し上げたこと,つまり前節で述べた面圧と等価節点力の関係をほぼ再現している。

図3は,2回目の接触反復の後,接触拘束が外れた様子を示している。2次節点には1次節点に比べて大きな引っ張り力が現れるので,本例では2次節点はすべての接触拘束が外れ,1次節点の大部分がマスタ面上に張り付いたまま残っている。しかし,もう一度静解析を行うと,1次節点にも正の引っ張り力が現れ,図4のように2枚の板は完全に離れる。修正4面体2次要素では図4の結果は1回の反復で得られる。

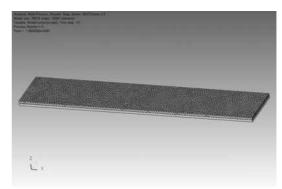


図2接触解析用簡易モデル

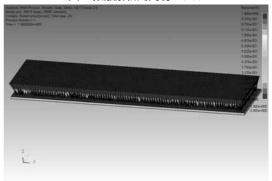


図3接触反復1回目の様子(Tet10)

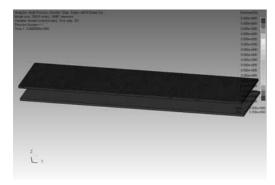


図4接触反復2回目の収束解(Tet10)

### 4. 静解析における 4 面体 2 次要素と修正 4 面体 2 次要素 の応力分布

Tet10 , Tet10m 要素の良し悪しは即断できないが , 両要素から得られる接触面の応力を , 図 5 に示す簡易モデルで比較してみる。大小 2 枚の鋼板を固着接触させ , 大きな鋼板の両端を冶具で止める。重なった板の中央をもう 1 つの冶具を用いて小さな強制変位により押し下げる。図 6 , 図 7 は , それぞれ Tet10 , Tet10m の主応力の分布図である。図 7 からは , Tet10m の結果に不自然なまだら模様が見られる。これは , 6 面体 1 次要素で構成される Tet10m の性質によるものと思われる。

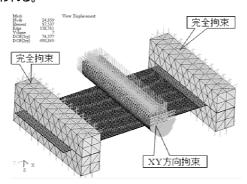


図 5 押圧解析の簡易モデル

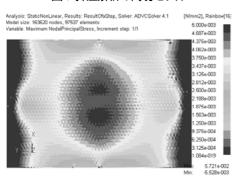


図6上側鋼板の最大主応力(Tet10)

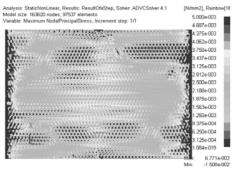


図7上側鋼板の最大主応力(Tet10m)

#### 5. 動解析における接触解析

ADVC の動解析においては,現バージョンでは接触は静解析のような反復は行わない (陽的な扱い)。要素は Tet10 と Tet10m いずれでもよい。時間刻みが小さければ問題はないが,時間刻みを大きく取ると,接触面の貫通およびスレーブ節点のマスタ面への張り付き (スレーブ面がマスタ面に貫通し,つぎの時間ステップで離れるべきスレーブ節点が離れない)が生じ,特に Tet10 で目立つようになる (図9(a)参照)。これは静解析で見た張り付き (図3参照) と同じものであり, Tet10m ではこの現象は起こりにくい (時間刻みの取り方に依存)。

応力評価上は標準的 4 面体 2 次要素 (Tet10) を使用したい。このため,動解析における接触アルゴリズムでは,静解析と同様の接触反復を行う (陰的な扱い。反復回数はオプション) ことが考えられる。図 8 に,衝突解析における接触アルゴリズムとその結果を模試的に示す。理想的には太線のように推移すべきだが,時間評価点が  $t \ge t + \Delta t$  しかないので,陽的な扱いの場合は  $t + \Delta t$  で直線状に貫通する。陰的な扱いでは貫通はしにくいので,「張り付き」は起こりにくい (陰的な扱いの許容誤差に依存)。図中に描いた衝突以降, $t + \Delta t$  までの直線および円弧状のパスは仮想的なものである。

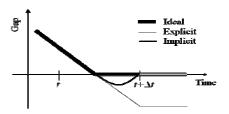


図8 衝突解析における接触アルゴリズム

図 9 は,内部に接触面を有する簡易モデルの落下解析を,Tet10 を用いて行い,その接触スレーブ面の相当応力の分布と変形 (20 倍に強調)を,陽的扱いと陰的扱いの結果を示したものである。陰的扱いにおける接触反復は本解析では2回と設定してある。本図により,陽的扱いにおける節点の「張り付き」が,陰的アルゴリズムによってほぼ解消されていることがわかる。

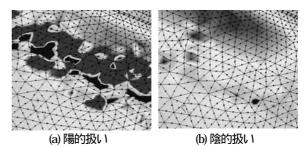


図9 動解析における接触状況

#### 6. まとめ

標準的 4 面体 2 次要素によって得られる応力分布は,修正4面体2次要素のそれに比べ自然な結果が得られることがある。しかし,標準的4面体2次要素には面圧に対する等価節点力にばらつきがあるため,接触解析においては不自然な振る舞いが見えることがある。これは静解析,動解析とも接触反復を行うことによって解消される。

#### 参考文献

- [1] ABAQUS Analysis User's Manual, V6.8
- [2] ADVENTURECluster ソルバ取扱説明書, 2009.7